

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ КАЛИНИНГРАДСКОЙ ОБЛАСТИ
КОМИТЕТ ПО ОБРАЗОВАНИЮ АДМИНИСТРАЦИИ ГОРОДСКОГО ОКРУГА
"ГОРОД КАЛИНИНГРАД"
МАОУ гимназия № 32

СОГЛАСОВАНО

Зам. директора по НМР

Потапенко С.М.
Протокол педсовета № 12 от
«28» мая 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО

Директор

Белякова В.Н.
Приказ 71/3-ос от «28»
мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

(ID 6460044)

Математический театр. Олимпиадная математика.
для обучающихся 5 классов

Калининград 2024

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Примерная рабочая программа внеурочной деятельности «Математический театр. Олимпиадная математика» для 5 классов общеобразовательных организаций разработана на основе ФГОС начального общего образования и ФГОС основного общего образования, Концепции духовно-нравственного развития и воспитания личности гражданина России, Рабочей концепции одаренности, дидактической системы «Учусь учиться» Л. Г. Петерсон. Программа разработана в НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики» (Институт СДП) — Федеральной инновационной площадке Министерства просвещения РФ по теме «Механизмы сохранения лидирующих позиций Российской Федерации в области качества математического образования (ИМС «Учусь учиться»)» (2021–2023 гг.). Реализует «Концепцию выращивания способностей и одаренности» Института СДП применительно к выращиванию математических способностей и одаренности. Программа направлена на выращивание математических способностей и одаренности детей, их общее интеллектуальное и личностное развитие, повышение качества подготовки к математическим олимпиадам и качества математического образования в целом.

На изучение курса «Математический театр. Олимпиадная математика» отводится 34 часа: 1 час в неделю.

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

5 КЛАСС

Содержание курса «Математический театр. Олимпиадная математика» структурировано в 21 тематическую линию, которые преимущественно продолжают содержание подготовительного этапа курса «Задача дня» и создают базу для его развития на практическом этапе в 7–9 классах. Согласовано с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для 3–6 классов общеобразовательной школы.

АРИФМЕТИКА.

1. Приемы упрощения устного счета (сложение, вычитание): разбиение на пары. Метод дополнения до целого в клетчатых задачах. Использование связи между числовыми и геометрическими задачами для упрощения счета. Приемы решения задач о разделении чисел на группы с равной суммой. Составление магических квадратов. Изменение суммы при изменении каждого слагаемого на некоторое число. Метод подсчета двумя способами на примере чисел с известными попарными суммами. Прием разбиения на пары для подсчета сумм чисел, идущих через равные промежутки. Определение четности количества чисел в ряду. Формула суммы чисел от 1 до n . Разбиение на пары групп чисел с равной суммой. Метод подсчета двумя способами в арифметических задачах. Использование подсчета двумя способами в доказательствах «от противного», при решении задач с арифметическими таблицами, геометрических задач. Введение переменной для дальнейшего двойного подсчета. Среднее арифметическое, его свойства (изменение при увеличении всех чисел набора на

некоторое число и в некоторое число раз; оценка среднего арифметического сверху и снизу наибольшим и наименьшим числами набора; неизменность среднего арифметического при добавлении числа, равного среднему арифметическому чисел набора).

2. Числа и их свойства. Способы решения числовых и буквенных ребусов. Организация перебора с учетом принципа узких мест. Приемы решения задач на восстановление знаков действий, расстановку скобок, нахождение чисел с указанными свойствами. Понятие решения буквенного ребуса. Метод перебора для поиска всех решений ребуса. Ограничение полного перебора с учетом принципа узких мест, свойств четности. Доказательство отсутствия решения у ребуса с помощью метода перебора, числовых оценок. Конструкции с обыкновенными и десятичными дробями. Представление чисел в виде обыкновенных дробей с числителем 1 и разными знаменателями. Применение арифметических свойств дробей, правила сокращения дробей. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень. Приемы решения задач на равномерное распределение частей между несколькими людьми. Использование отрицательных чисел в конструкциях как метод устранения мнимых противоречий. Зависимость знака произведения от знаков множителей. Приемы решения задач на оценку и пример, связанные с отрицательными числами. Использование отрицательных чисел в задачах с числовыми оценками.

3. Закономерности. Поиск циклов в арифметических задачах. Анализ задач с повторяющимися числами, вычисление длины цикла. Определение и использование порядкового номера внутри цикла в задачах с «большими» числами. Эффект «плюс-минус один». Использование схемы для его преодоления. Вывод формулы для определения количества натуральных чисел в промежутке с помощью интерпретации на числовой оси. Метода масштабирования для проверки формул. Использование эффекта «плюс-минус один» для устранения противоречий при решении задач. Конструкции с предварительным анализом. Конструирование путем разбиения на аналогичные подзадачи в задачах на разрезание, составление числовых конструкций. Последовательное конструирование (конструирование путем рассмотрения более простых задач и дальнейшего обобщения на исходную задачу). Бесконечные процессы. Понятие базовой конструкции, шага. Прием разбиения процесса на последовательность этапов, на каждом из которых изменяются свойства только одного элемента.

4. Время и движение. Приемы решения арифметических задач о промежутках времени. Учет разницы часовых поясов. Идея о задачах на движение по реке на примере задач про отстающие и спешащие часы. Конструкции в задачах про время. Задачи на относительное движение (движение навстречу, в противоположных направлениях, вдогонку, с отставанием) с неполными данными. Разбор случаев в задачах на движение. Использование нестандартных чертежей при решении задач на движение. Изображение скоростей движения в частях (единичных отрезках). Масштабирование скорости. Использование более крупных единиц времени для уравнивания рас стояний. Недельная и годовая цикличность. День недели как остаток от деления на 7. Способы построения конструкций и доказательства невозможности построения конструкций в задачах про календарь. Движение по кругу. Изображение скоростей движения в условных единицах (дугах). Движение стрелок часов, исследование количества их пересечений. Понятие градусной меры дуги на примере углов между часовой, минутной, секундной стрелками.

ГЕОМЕТРИЯ

1. Геометрическое мышление. Повороты клетчатой фигуры на прямой угол, связь с симметрией. Понятие о зеркальных (но несимметричных) фигурах. Использование симметрии и поворотов фигур при решении задач на разрезание. Метод «пропеллера» для построения примеров. Задачи на разрезание пространственных фигур. Вычисление объемов фигур, составленных из кубиков. Изменение объема фигуры, составленной из кубиков, при увеличении каждого измерения в 2 раза. Составление фигур из объемных частей. Понятие развертки. Нахождение различных разверток куба. Способы изображения «склеивающихся» граней при изображении развертки куба. Изображение фигур, состоящих из кубиков. Три вида объемной фигуры. Восстановление объемной фигуры по трем ее видам. Изображение многогранников по заданному количеству вершин, ребер и граней (тетраэдр, пирамида, октаэдр, усеченная пирамида). Развертки многогранников. Оклеивание объемных фигур. Пути на поверхности объемных фигур. 2. Площади Разрезание фигур на равные части по линиям сетки и составление фигур из частей. Приемы поиска разных способов разрезания. Метод перебора, использование симметрии при поиске как можно большего количества различных разрезов одной и той же фигуры на равные части. Фигуры тетрамино, их нахождение с помощью метода перебора. Использование множества делителей числа для вычисления возможного количества частей, на которые можно разрезать фигуру. Разрезы по линиям сетки и диагоналям клеток. Свойство аддитивности площади. Метод разбиения на элементарные части (прямоугольники, прямоугольные треугольники) и метод дополнения для вычисления площадей фигур, границы которых идут не по линиям сетки. Использование площадей фигур для определения форм частей в случае разрезания клетчатых фигур не по линиям сетки (диагоналям клеток). Пентамино. Получение фигур пентамино из тетрамино с помощью геометрического метода перебора. Использование симметрии при решении задач на разрезание. Введение дополнительной сетки (укрупнение или уменьшение клеток, наклонная сетка). Первичные представления о движениях плоскости (параллельный перенос, поворот). Перпендикулярность на клетчатой бумаге. Приемы решения задач на перекраивание фигур («разрежь и составь»). Равносоставленные фигуры. Разрезание не клетчатых фигур. Введение вспомогательной сетки. Разрезание фигур на подобные. Использование вспомогательной раскраски при решении задач на разрезание. Задачи на разрезание с оценкой и примером.

3. Геометрические неравенства. Конструкции с отрезками и ломаными. Вычисление периметров фигур. Связь между длинами отрезков на прямой. Приближенное вычисление длин ломаных и кривых с помощью нити. Подсчет количества кратчайших путей в графе. Задача о нахождении диагонали кирпича. Кратчайшие пути по граням куба, параллелепипеда. Варианты расположения точек на прямой. Координата середины отрезка числовой прямой. Расстояние между серединами отрезков. Неравенство треугольника. Доказательство неравенства треугольника с использованием построений. Оценка суммы длин диагоналей четырехугольника через его периметр.

АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам. Метод уравнивания при решении задач с опорой на вспомогательные схемы. Метод «анализ с конца». Прием «учти лишнее». Метод

подсчета двумя способами. Связь с теорией множеств. Выбор удобной переменной в текстовых задачах. Сравнение метода введения переменных с методом доказательства единственности решения задачи с помощью числовых оценок. Десятичная запись (представление натурального числа в виде $a + 10b + 100c + \dots$). Признаки делимости, связанные с десятичной записью числа. Использование десятичной записи при решении буквенных ребусов и для доказательств «от противного». Сведение задачи к простейшим уравнениям в цифрах с дальнейшим перебором вариантов, использованием свойств делимости.

2. Функциональные зависимости. Использование формул при решении нестандартных текстовых задач. Формулы площади прямоугольника, объема и площади поверхности куба, прямоугольного параллелепипеда. Доказательство формул перевода единиц измерения площади, объема. Нестандартные единицы измерения. Понятие взаимно однозначного соответствия между множествами. Разбиение объектов на пары как пример взаимно однозначного соответствия. Использование взаимно однозначного соответствия для сравнения мощностей множеств. Примеры соответствий, не являющихся взаимно однозначными. Взаимно однозначное соответствие в простых комбинаторных задачах. Прямая и обратная пропорциональность. Использование пропорций при решении нестандартных текстовых задач. Свойство суммы и среднего арифметического пропорционально изменяемых чисел.

3. Неравенства и оценки. Сравнение многозначных чисел. Нахождение наибольшего или наименьшего многозначного числа с определенными свойствами. Использование правил сравнения чисел для доказательства минимальности и максимальной. Метод перебора в арифметических задачах. Перебор по количеству объектов одного из двух типов. Задачи про «ноги и головы». Оценки, основанные на изменении количества объектов одного типа на единицу. Четность как инструмент упрощения перебора и доказательства невозможности. Оценки величины «сверху» и «снизу». Ограничение перебора с помощью оценок. Двусторонние оценки как метод доказательства единственности ответа. Простейшие действия с неравенствами. Оценки, связанные с делимостью. Решение двойных неравенств с натуральными числами. Транзитивность неравенств. Использование промежуточного числа (посредника) для доказательства числовых неравенств. Использование нескольких посредников. Уменьшение чисел на интервале $(0; 1)$ при возведении в степень.

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость. Вывод признака делимости на 2 с помощью числового луча и заикливания последней цифры. Изменение последней цифры числа при сложении, вычитании, умножении. Доказательство четности и нечетности суммы и разности двух чисел. Четность или нечетность суммы нескольких чисел. Доказательство с помощью разбиения на пары. Использование соображений четности при решении задач на доказательство для упрощения перебора вариантов. Делимость и ее свойства. Доказательство признаков делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9, их обобщение. Отсутствие обобщения признака делимости на 9 на признак делимости на 27. Разложение натурального числа на простые множители. НОД и НОК. Простые числа. Делимость как инвариант. Другие признаки делимости, связанные с десятичной записью числа (на 7, 11, 13 и др.). Задачи на оценку и пример, связанные с признаками делимости: на

нахождение минимального числа с указанными свойствами делимости, числа с наименьшей суммой цифр. Каноническое разложение натурального числа. Степень вхождения простого делителя. Четность степеней вхождения простых множителей в каноническое разложение точного квадрата.

2. Остатки. Признак делимости на 10. Последняя цифра как остаток от деления на 10. Правила изменения последней цифры при арифметических операциях (сложение, вычитание, умножение). Повторяемость на числовом луче чисел, делящихся на n . Повторяемость чисел, дающих определенный остаток при делении на n . Способ определения остатка числа, связанный с соответствующим признаком делимости. Делимость на n разности числа и его остатка от деления на n . Сумма цифр. Делимость разности числа и его суммы цифр на 3 и 9. Раскладывание числа на разное количество частей с данным остатком. Остатки от деления целых чисел на натуральные. Общий вид числа с определенным остатком при делении на число. Арифметические свойства остатков. Задачи на остатки с доказательством по принципу Дирихле. Заключивание остатков степеней.

ЛОГИКА

1. Математическая логика. Понятие об истинном и ложном высказывании. Составление высказываний и вопросов с определенными свойствами. Перебор двух вариантов в логических задачах. Рыцари и лжецы. Отрицания элементарных высказываний. Перебор вариантов по роли (рыцарь/лжец). Представление перебора в виде таблицы, дерева вариантов. Высказывания о логическом следовании. Логические задачи с не единственным ответом. Перебор, использующий высказывания о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний о существовании и всеобщности. Отрицание высказываний с «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно». Метод «от противного». Логические таблицы. Отрицание высказываний с «и», «или», более сложных высказываний. Логические задачи на оценку и пример. Доказательства, использующие чередование объектов. Расположение объектов по кругу.

2. Принципы решения задач. Представление условия задачи в виде нестандартного чертежа. Геометрические интерпретации логических и арифметических задач. Малые случаи. Разделение задачи на эквивалентные под задачи. Составление блоков из элементов разбиения. Задачи с повторяющимися объектами. Метод проверки ответа (закономерности) на малых случаях. Анализ задачи с конца (обратный ход) в арифметических и логических задачах. Сравнение с методом введения переменной. Табличное представление анализа с конца. Рассмотрение последнего шага процесса, его использование для доказательств в логических задачах. Задачи с вопросом «сколько нужно взять?». Использование отрицаний элементарных высказываний при решении задач. Формальное введение принципа Дирихле. Связь с доказательством «от противного». Обобщения принципа Дирихле. Принцип Дирихле в геометрических задачах. Остатки и принцип Дирихле.

3. Алгоритмы и конструкции. Переливания (задачи на отмеривание определенного количества жидкости с помощью двух или более емкостей и источника воды). Табличная форма записи шагов алгоритма. Укрупнение шагов алгоритма при наличии повторяющихся групп действий (идея алгоритмических циклов). Переправы.

Организация перебора в задачах на переправы, удобная форма записи решения. Идея промежуточных обратных действий для работы алгоритма (перевоз объекта обратно). Составление алгоритмов угадывания с помощью вопросов, на которые можно ответить только «да» или «нет». Доказательство несостоятельности алгоритма, позволяющего при одинаковых начальных данных получить различные ответы. Взвешивания. Составление алгоритмов определения фальшивых монет с помощью взвешиваний. Прямая и косвенная информация. Понятие о количестве информации. Доказательство невозможности построения алгоритма при недостаточном количестве взвешиваний. Задачи на испытания с другими сюжетами.

4. Игры и стратегии. Понятие математической игры для двух игроков на при мере игр с шахматными фигурами на досках. Игры-шутки, в которых победитель зависит только от количества раундов. Формирование представления о выигрышных позициях. Понятие выигрышной стратегии. Математические игры с полной информацией. Использование дерева перебора для доказательства верного выбора стратегии. Симметричная стратегия в играх. Доказательство симметричной стратегии. Симметричная стратегия с «центром». Примеры неверного использования симметричной стратегии. Выигрышные позиции как метод конструирования стратегии. Игры на опережение. Игры, в которых один игрок может гарантировать себе «ничью».

КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. Комбинаторика Использование схем (графов) для удобства подсчета количества связей (дорог, рукопожатий). Доказательства невозможности построения графа с определенным количеством связей. Подсчет общего количества игр в однокруговом турнире. Связь между прямым подсчетом числа связей по схеме и двойным подсчетом через суммарное количество выходящих «связей». Дерево вариантов для решения комбинаторных задач. Переход от дерева вариантов к правилу произведения (правилу «И»). Подсчет количества чисел с определенными свойствами. Правило суммы (правило «ИЛИ») и правило произведения (правило «И»), определение ситуаций для использования каждого правила. Задачи, требующие использования комбинации этих правил. Перестановки без повторений и с повторениями на приме ре анаграмм слова. Вывод формулы для числа перестановок из правила произведения. Факториал и его свойства. Перестановки с повторениями. Вывод формулы.

2. Теория множеств Диаграмма Эйлера — Венна для двух, трех и более множеств. Пересечение и объединение множеств, различные методы подсчета количества элементов в пересечении и объединении на готовых диаграммах. Введение вспомогательной диаграммы для решения задачи. Работа с множествами с неизвестным количеством элементов. Логические задачи на множества, связанные с долями и дробями. Метод дополнения в задачах. Использование кругов Эйлера и метода дополнения в комбинаторных задачах, в том числе для вычисления количества чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на какие-то числа. Метод введения переменной при решении задач про множества.

КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. Раскраски и разбиения. Раскраски досок. Конструирование примера раскраски доски с указанными свойствами. Задачи-соревнования на раскраску досок в наибольшее

и наименьшее количество цветов. «Правильная» раскраска. Раскраска географической карты как пример «правильной» раскраски. Чередование объектов как частный случай «шахматной» раскраски. Чередование объектов в ряду, по кругу. Относительное количество чередующихся объектов. Четность суммы чисел в промежутке. Связь чередования и разбиения на пары. Разрезания шахматной доски. Идея использования заданной шахматной раскраски в доказательствах. Шахматная раскраска досок, ее использование для оценок и доказательств. Обобщение шахматной раскраски на другие объекты. Шахматная раскраска ребер и граней куба. Принцип Дирихле в задачах с раскраской. Использование раскраски для нахождения и доказательства единственности примера. Виды раскрасок клетчатых досок в два и более цвета. Раскраска полосами, диагональная раскраска в несколько цветов, «крупная» шахматная раскраска. Доказательство невозможности разрезания на основе раскраски.

2. Теория графов. Изображение графов. Граф как способ удобного представления связей между объектами. Изоморфизм графов. Различные способы изображения связей. Неориентированные и ориентированные связи. Исследование возможности нарисовать фигуру одним росчерком. Теорема Эйлера как формальный способ проверить, можно ли нарисовать фигуру одним росчерком. Нечетность степеней вершин как способ выявления концов пути. Полный граф. Количество ребер в полном графе. Графы шахматных фигур и количество ребер в них. Двудольный граф как модель связей между объектами двух типов. Представление турнира в виде графа. Формальное определение графа. Вершины, ребра, степени вершин. Лемма о рукопожатиях как способ подсчета количества ребер в графе через сумму степеней вершин. Свойство четности количества вершин нечетной степени в графе. Лемма о хороводах.

3. Комбинаторная геометрия. Взаимное расположение точек и отрезков на плоскости. Точки и отрезки, лежащие на одной прямой. Идея об увеличении количества частей при разрезании невыпуклых фигур. Разрезание фигур на части с определенным числом сторон. Разрезание на части, необразующие прямоугольники. Задачи на объединение фигур. Покрытие плоскости одинаковыми фигурами (паркет). Понятие о многоугольнике. Паркет в форме правильных многоугольников (треугольники, квадраты, шестиугольники). Замощение клетчатыми фигурами. Замощение многоугольниками неправильной формы. Замощение невыпуклыми многоугольниками. Задачи о наиболее плотной укладке. Невыпуклые фигуры как средство преодоления мнимых противоречий. Задачи о пересечении фигур.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ КУРСА ВНЕУРОЧНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

«Математический театр. Олимпиадная математика»

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы по математике характеризуются в части:

1) патриотического воспитания:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданского и духовно-нравственного воспитания:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудового воспитания:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетического воспитания:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценностей научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением навыками исследовательской деятельности;

6) физического воспитания, формирования культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологического воспитания:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных

последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптации к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате освоения программы по математике на уровне основного общего образования у обучающегося будут сформированы **метапредметные результаты**, характеризующиеся овладением универсальными познавательными действиями, универсальными коммуникативными действиями и универсальными регулятивными действиями.

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, применять метод математической индукции, обосновывать собственные рассуждения;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить по самостоятельно составленному плану эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, эксперимента, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;

выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;

оценивать надёжность информации по критериям, предложенным или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные); выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество результата и качество своего вклада в общий результат по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях, ориентироваться в различных подходах принятия решений (индивидуальное, групповое); самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи, само мотивации и рефлексии;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или не достижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту;

выражать эмоции при изучении математических объектов и фактов, давать эмоциональную оценку решения задачи.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в пятом классе обучающийся научится:

I. АРИФМЕТИКА

1. **Суммы** - вычислять суммы чисел, идущих через равные промежутки, с помощью разбиения на пары; применять формулу суммы всех натуральных чисел от 1 до n ; использовать подсчет суммы чисел в задачах о разбиении на пары групп чисел с равной суммой.

2. **Числа и их свойства** - конструировать примеры с дробями; применять арифметические свойства дробей, правила сокращения дробей в задачах-конструктивах; решать задачи о равномерном распределении частей между несколькими людьми.

3. **Закономерности** - проводить предварительный анализ в задачах-конструктивах; использовать разбиение на подзадачи при построении геометрических и числовых конструкций.

4. **Время и движение** - строить и применять нестандартные схемы (чертежи) к задачам на движение; изображать скорости движения в частях (единичных отрезках); использовать более крупные единицы времени, НОД и НОК для уравнивания расстояний.

II. ГЕОМЕТРИЯ

1. **Геометрическое мышление** - изображать развертки простых пространственных фигур (куб, параллелепипед, пирамида); подбирать подходящие разные развертки куба и прямоугольного параллелепипеда для решения задач; изображать три вида объемной фигуры; восстанавливать возможную форму пространственной фигуры по ее трем видам.

2. **Площади** - применять метод перебора в геометрических задачах, соображения симметрии для его упрощения; использовать фигуры пентамино при решении задач на разрезание; вводить вспомогательную сетку (с укрупненными или уменьшенными клетками, наклонную сетку) для вычисления площадей фигур на клетчатой бумаге; применять параллельный перенос на клетчатой бумаге для упрощения вычисления площадей фигур; проводить предварительный анализ в задачах о перекраивании фигур;

находить возможные способы разрезания и составления фигур в задачах о перекраивании фигур с помощью метода «проб и ошибок», принципа «узких мест».

3. Геометрические неравенства - рассматривать все неэквивалентные варианты взаимного расположения нескольких точек на прямой; вычислять координату середины отрезка на числовой прямой; находить расстояние между серединами отрезков на числовой прямой по координатам вершин этих отрезков.

III. АЛГЕБРА

1. От чисел к буквам - вводить удобную переменную в нестандартных текстовых задачах; составлять и решать уравнение с одной переменной.

2. Функциональные зависимости - устанавливать взаимно однозначное соответствие между элементами двух множеств; использовать взаимно однозначное соответствие (разбиение на пары) для сравнения количества элементов в двух множествах; применять метод разбиения на пары при решении комбинаторных задач.

3. Неравенства и оценки - доказывать оценки значения величины «сверху» и «снизу»; использовать оценки «сверху» и «снизу» для ограничения перебора числовых значений величины; применять двусторонние оценки для доказательства единственности возможного значения неизвестной.

IV. ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

1. Делимость - применять свойства делимости, признаки делимости на 2, 4, 8, 5, 25, 10, 3, 9 при решении нестандартных задач; доказывать обобщения признаков делимости (признаки делимости на степени двойки, степени пятерки); использовать разложение натурального числа на простые множители в задачах-конструктивах и задачах на доказательство; фиксировать и применять инвариантность свойства делимости некоторой величины в процессах.

2. Остатки - определять остаток от деления числа на 2, 4, 8, 5, 10, 3, 9 с помощью соответствующего признака делимости; использовать свойство делимости на n разности числа и его остатка от деления на n при решении задач.

V. ЛОГИКА

1. Математическая логика - находить с помощью метода перебора все варианты ответа в логических задачах; анализировать высказывания о существовании и всеобщности, использовать их отрицания при решении логических задач; строить отрицания высказываний со связками «больше», «меньше», «больше или равно», «меньше или равно».

2. Принципы решения задач - применять метод «анализ с конца» (метод обратного хода) при решении текстовых и логических задач; использовать табличную форму записи решения текстовой задачи с помощью «анализа с конца»; использовать идею доказательства «от противного» при решении задач о наибольшем или наименьшем возможном значении величины (задачи с вопросом «сколько нужно взять»).

3. Алгоритмы и конструкции - составлять алгоритмы угадывания с помощью вопросов, на которые можно отвечать только «да» и «нет»; использовать табличную форму записи шагов алгоритма угадывания.

4. Игры и стратегии - строить и обосновывать симметричную стратегию, симметричную стратегию «с центром» в математических играх для двух игроков; приводить примеры неверного использования симметричной стратегии; конструировать выигрышную стратегию на основе анализа выигрышных и проигрышных позиций в игре.

vi. КОМБИНАТОРИКА И ТЕОРИЯ МНОЖЕСТВ

1. **Комбинаторика** - применять правила суммы (правило «ИЛИ») и произведения (правило «И») в комбинаторных задачах; решать задачи, требующие комбинации этих двух правил.

2. **Теория множеств** - применять метод дополнения, теоретико-множественные модели для решения задач о подсчетах; вычислять количество натуральных чисел в диапазоне, делящихся или не делящихся на некоторое n .

vii. КОМБИНАТОРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ

1. **Раскраски и разбиения** - использовать шахматную раскраску доски, других объектов для проведения оценок и доказательств; использовать шахматную раскраску для конструирования примеров.

2. **Теория графов** - строить более сложные интерпретации задач в терминах теории графов (графы шахматных фигур); вычислять количество ребер в полном графе, графе шахматной фигуры; представлять турнир в виде графа; изображать двудольный граф.

3. **Комбинаторная геометрия** - строить регулярные покрытия плоскости равными фигурами (паркеты); использовать для замощения правильные многоугольники, выпуклые и невыпуклые фигуры.

Обучающийся получит возможность научиться при решении олимпиадных задач самостоятельно:

- анализировать текст задачи, вне текстовую информацию;
- анализировать вопрос (требование) задачи;
- находить взаимосвязи между условиями задачи и использовать их для построения модели и хода решения;
- строить модели на основе уже известных (числовой луч, схема, таблица, диаграмма Эйлера — Венна, граф, дерево вариантов);
- составлять алгоритм решения задачи;
- находить «узкие места» задачи и использовать их при конструировании примеров;
- применять метод перебора;
- строить логические рассуждения в устной и письменной форме; описывать устно «путь к решению», то есть логическое рассуждение, которое позволило прийти к решению (конструкции, доказательству);
- преодолевать кажущиеся противоречия, связанные с недостаточным анализом условия задачи;
- проверять ответ (пример) на соответствие всем условиям задачи;
- проверять ход доказательства на отсутствие противоречий и необоснованных выводов;
- делать краткую (схематичную) запись решения задачи, логического рассуждения;
- формулировать в письменном виде полный текст логического рассуждения.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**5 КЛАСС**

№ п/ п	Наименование разделов и тем программы	Кол-во часов			Форма аттестации / контроля
		всего	теория	практика	
1	Арифметика	4	1	3	Поисковые и научные занятия
2	Геометрия	6	2	4	Поисковые и научные занятия
3	Алгебра	4	1	3	Поисковые и научные занятия, игра
4	Теория чисел	2		2	Поисковые и научные занятия
5	Логика	8	3	5	Поисковые и научные занятия, игра
6	Комбинаторика и теория множеств	4	2	2	Поисковые и научные занятия
7	Комбинаторная геометрия	4	1	3	Поисковые и научные занятия
8	Подведение итогов года	2	1	1	Поисковые и научные занятия
	ИТОГО	34	11	23	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА

Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова, Математический театр, - Учебное пособие для подготовки к математическим олимпиадам для 3-9 классов. I-II-III ступени, 2023

Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. «Математика (в 2-х частях) 5 класс. М.: Бином. Лаборатория, 2020

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова, Математический театр, - Учебное пособие для подготовки к математическим олимпиадам для 3-9 классов. I-II-III ступени, 2023

Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г. «Математика (в 2-х частях) 5 класс. М.: Бином. Лаборатория, 2019

[Методические материалы для педагогов основной школы — Петерсон](#)

дополнительно:

1. Рабочая концепция одаренности: Федеральная целевая программа «Одаренные дети» / Под ред. Д. Б. Богоявленской, В. Д. Шадрикова. — М.: Министерство образования РФ, 2003. (http://narfu.ru/school/deti_konchep.pdf)
2. Петерсон Л. Г. Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография / Л. Г. Петерсон, Ю. В. Агапов, М. А. Кубышева и др. — М.: Институт СДП, 2018.
3. Петерсон Л. Г. Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования / Л. Г. Петерсон, М. А. Кубышева и др. — М.: АПК и ППРО; УМЦ «Школа 2000...», 2007.
4. Анисимов О. С. Методологический словарь для стратегов. Т. 1 / О. С. Анисимов. — М.: Энциклопедия управленческих знаний, 2004.
5. Анисимов О. С. Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления). — М.: Агро-Вестник, АМБ-агро, 2000.
6. Венгер Л. А. Педагогика способностей. — М.: Знание, 1973.
7. Маслоу А. Мотивация и личность. — СПб.: Питер, 2006.
8. Хинчин А. Я. О воспитательном эффекте уроков математики // Математика в школе. — 1962. — № 3. — С. 30–40.

9. Гнеденко Б. В. Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в школе. — 1991. — № 4. — С. 3–9.
10. Гингулис Э. Ж. Развитие математических способностей учащихся // Математика в школе. — 1990. — № 1. — С. 14–17.
11. Агаханов Н. Х. Средовой подход как условие развития математически одаренных школьников / Н. Х. Агаханов // Вестник ТГПУ. — 2013. — № 1 (129). — С. 120–124.
12. Мелик-Пашаев А. А. Проявление одаренности как норма развития // Психологическая наука и образование. — 2014. — Т. 19. — № 4. — С. 15–21.
13. Петерсон Л. Г., Абатурова В. В., Кубышева М. А. Система «выращивания» одаренности школьников: методологический аспект и практика // Профильная школа. — 2016. — № 2. — С. 6–22.
14. Петерсон Л. Г., Кубышева М. А. Как научить учиться: технология деятельностного метода в системе непрерывного образования (детский сад — школа — вуз) // Педагогическое образование и наука. — 2014. — № 2. — С. 52–58.
15. Петерсон Л. Г., Агаханова О. Н. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса (ступень I). — М.: Институт СДП, 2021.

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

1. [Курс «Математический Театр»](https://www.sch2000.ru/lessons/math_theatre/) https://www.sch2000.ru/lessons/math_theatre/
2. ФГИС Моя школа <https://myschool.edu.ru/>
3. [Методические материалы для педагогов основной школы — Петерсон](#)
Ближе познакомиться с проектом «Олимпиадная математика» можно на странице Творческой лаборатории № 5 Института системно-деятельностной педагогики:
<https://peterson.institute/catalogs/projects/laboratoriya-5-olimpiadnaya-matematika/>